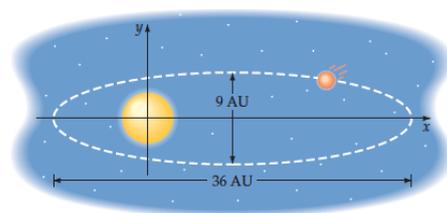


Il mondo è cartesiano: ellissi

Mario Puppi, Valentina Novello

Marzo-Aprile 2018

1. La cometa di Halley. La cometa di Halley descrive un'orbita ellittica con un fuoco nel Sole. L'asse maggiore è lungo 36 AU e l'asse minore 9 AU. Scrivi l'equazione dell'orbita in un sistema di coordinate in cui il Sole sia l'origine e l'asse maggiore sia l'asse x .



2. La palla da Football. Nel campionato di football NFL la palla ufficiale Wilson ha come sezione longitudinale un'ellisse di lunghezza 11 pollici e larghezza 7 pollici.

In un sistema di riferimento cartesiano in cui gli assi sono assi di simmetria dell'ellisse

- determinare le coordinate dei fuochi dell'ellisse
- scrivere l'equazione cartesiana dell'ellisse
- determinare l'eccentricità dell'ellisse

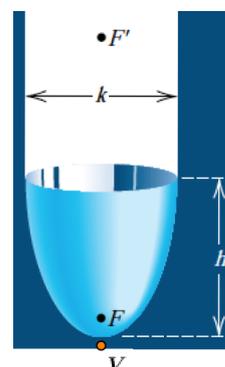


3. Il riflettore. Un riflettore ellittico è composto da un semi-ellissoide di altezza h e diametro k . Un'onda luminosa emessa da F è riflessa e converge nel punto esterno F' .

- Esprimi la distanza FF' in termini di h e k .

Se l'altezza è 17 cm e il punto F' è posto a 32 cm da V

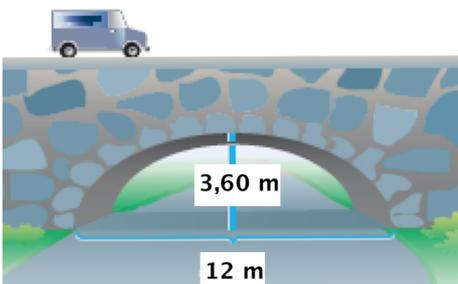
- determinare il diametro del riflettore
- determinare la distanza VF .





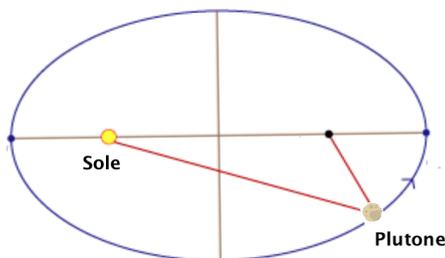
4. San Pietro. Piazza San Pietro, a Roma, è un'ellisse che misura 240 metri di larghezza, come il Colosseo secondo il progetto di Bernini. Nei fuochi, posti a una distanza di 124 metri, si trovano due fontane.

- Determina la lunghezza dell'asse minore
- Scrivi l'equazione dell'ellisse in un sistema di coordinate ad essa simmetrico
- Determina la tangente all'ellisse in un punto P tale che la perpendicolare per P all'asse maggiore passi per il fuoco di ascissa positiva.



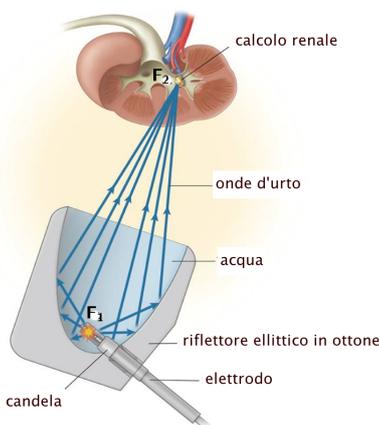
5. Il ponte. L'arco semiellittico di un ponte è largo 30 m e alto 3,60 m. In un sistema di coordinate simmetrico per l'ellisse

- determinare i semiassi e i fuochi
- scrivere l'equazione cartesiana dell'ellisse
- determina l'altezza dell'arco a 3 m dal centro



6. Plutone. Plutone descrive un'orbita ellittica con un fuoco nel Sole. L'asse maggiore è lungo 39,4 AU e l'eccentricità è 0,249.

- Determina la lunghezza dell'asse minore
- Scrivi l'equazione dell'orbita in un sistema di coordinate in cui il Sole sia un fuoco e l'asse maggiore sia l'asse x .
- Determina le coordinate dei due fuochi.



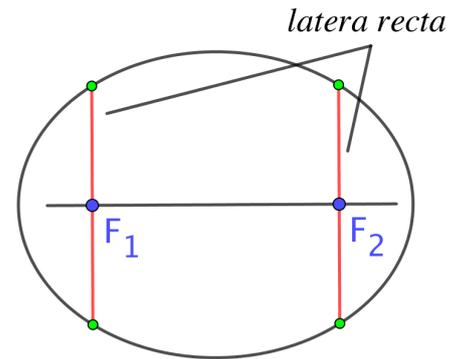
7. Calcoli renali. Un litotritore è composto da un semi-ellissoide di lunghezza 12 cm in cui la distanza tra i due fuochi è 6 cm. E' uno strumento usato in medicina. Un fascio di onde d'urto, emesse dal fuoco F_1 e riflesse dall'ellissoide, converge nel fuoco F_2 dove si trova il calcolo renale da frantumare.

- Determina la larghezza dell'ellissoide.

8. Latera Recta. Una corda dell'ellisse, perpendicolare all'asse maggiore e passante per un fuoco, è detta *latus rectum*.

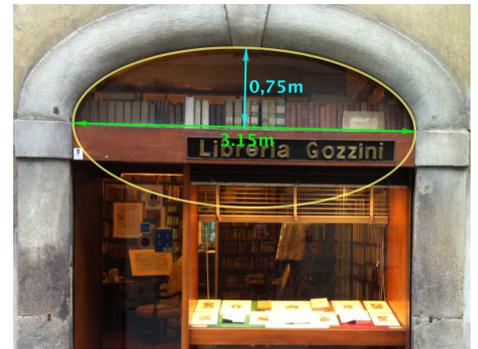
Dimostrare che la lunghezza r dei due *latera recta* di un'ellisse è legata ai semiassi a, b dalla relazione

$$r = \frac{2b^2}{a}$$



9. La Libreria Gozzini.

La libreria Antiquaria Gozzini è una delle librerie più antiche d'Italia. Aperta a Firenze nel 1850 da Oreste Gozzini, dal 1959 ha sede in Via Ricasoli, di fronte alla Galleria del David di Michelangelo, dove si estende su tre piani. L'arco del negozio ha una *linea d'imposta* di lunghezza 3,15 m e una *freccia* di lunghezza 75 cm.

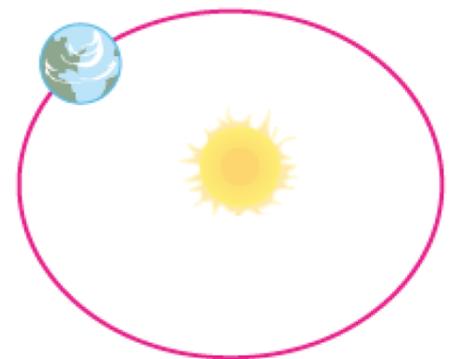


- Assumi l'arco ellittico, adotta un sistema di coordinate cartesiane e scrivi l'equazione dell'ellisse.
- Determina le coordinate dei fuochi dell'ellisse e la loro distanza.
- Determina l'eccentricità dell'ellisse.

10. L'orbita della Terra attorno al Sole.

L'orbita della Terra attorno al Sole è un'ellisse che è quasi una circonferenza. Il Sole è uno dei fuochi e gli assi hanno una lunghezza di 186 000 000 miglia e 185 974 062 miglia.

Assumi un sistema di coordinate cartesiane in cui gli assi siano assi di simmetria dell'orbita ellittica e il Sole si trovi sull'asse maggiore.



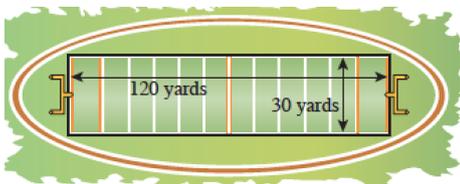
- Scrivi l'equazione dell'orbita terrestre attorno al Sole.
- Individua le coordinate del Sole.
- Determina la distanza minima della Terra dal Sole.
- Determina la distanza massima della Terra dal Sole.



11. Il tabernacolo di Salt Lake.

Il Tabernacolo di Salt Lake (Utah), costruito dai Mormoni (1864-1867), è sede delle conferenze generali della Chiesa di Gesù Cristo dei Santi degli Ultimi Giorni. La pianta, a forma ellittica, ha l'asse minore lungo 150 ft e l'asse maggiore di lunghezza 250 ft. Il pulpito da cui parla l'oratore si trova in uno dei fuochi, con un'acustica tra le migliori al mondo.

- Scrivi l'equazione della pianta ellittica in un sistema di coordinate cartesiane.
- Determina la distanza dei fuochi dal centro dell'ellisse.



12. Il campo da Football. In una High School si vuole costruire un campo da football circondato da una pista ellittica. Le dimensioni regolari del campo sono 120 yards per 30 yards. L'asse maggiore della pista deve essere lungo 150 yards. Assumere un sistema di coordinate cartesiane in cui gli assi sono assi di simmetria del campo da football.

- Determinare la lunghezza minima dell'asse minore della pista affinché essa circonda il campo da football.
- Scrivere l'equazione cartesiana dell'ellisse.
- Scrivere l'equazione della tangente alla pista nel punto di coordinate positive in cui essa tocca il campo.



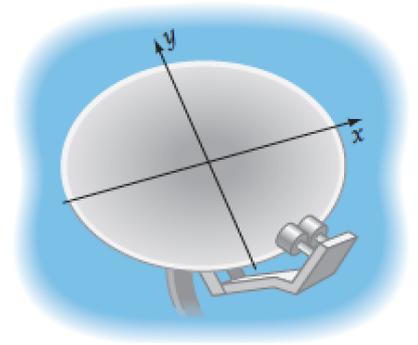
13. Statuary Hall. *Statuary Hall* è una sala ellittica nel Palazzo del Campidoglio degli Stati Uniti, a Washington. Essa è nota anche come *Whispering Gallery* perchè una persona che si trova in un fuoco può udire il bisbiglio tra due persone che si parlano all'orecchio e occupano l'altro fuoco. Si racconta che il presidente John Quincy Adams ne approfittasse per ascoltare le conversazioni durante le riunioni parlamentari.

Se la *Statuary Hall* misura 46 piedi in larghezza e 97 piedi in lunghezza

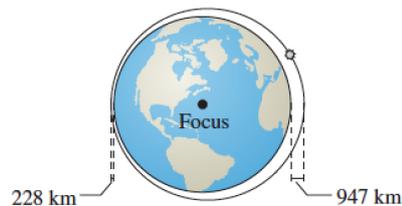
- Scrivi l'equazione del pavimento della stanza in un sistema di riferimento cartesiano
- determina le coordinate dei due fuochi e la loro distanza

14. Ricevitore di un satellite. In alcuni satelliti sono presenti ricevitori di segnali dalla forma ellittica, che possiamo ritenere sia piana, essendo la curvatura abbastanza piccola.

Se l'asse maggiore di un ricevitore è lungo 24 pollici e l'asse minore è lungo 18 pollici, determinare le coordinate dei due fuochi in un sistema di coordinate in cui gli assi sono assi di simmetria del ricevitore.



15. Sputnik. *Sputnik I*, lanciato dall'URSS nel 1957, fu il primo satellite artificiale. Aveva un'orbita ellittica in cui il centro della Terra era un fuoco. L'altezza più alta rispetto alla superficie terrestre fu di 947 km, mentre l'altezza minima fu 228 km. Se il raggio della Terra è di 6378 km



- scrivi l'equazione dell'orbita in un sistema di riferimento cartesiano.
- determina l'eccentricità dell'orbita.