

# Secondo principio: la quantificazione del caos.

Valentina Novello

dicembre 2017

L'equazione  $S = k \log W$  è incisa sulla lapide della tomba di Boltzmann, nel cimitero centrale di Vienna. Essa descrive quantitativamente il fenomeno della dispersione dell'energia.

- $S$  indica l'entropia di un sistema
- $k$  indica una costante fondamentale della natura nota come costante di Boltzmann
- $W$  indica una misura dello stato di caos di un sistema (è quello che vogliamo definire)

## **Esercizio 2. Un nuovo modello di Universo.**

L'universo abbia 1600 atomi e sia composto da due sistemi complementari:

- Sistema 1, formato da 100 atomi, inizialmente tutti ON
- Sistema 2, formato dai rimanenti 1500 atomi, tutti OFF.

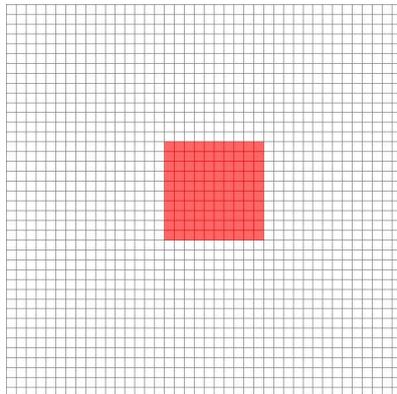


Figura 1: Inizialmente l'energia totale è tutta nel sistema 1.

L'Universo evolve seguendo le stesse regole di prima: I due sistemi sono caratterizzati, ad ogni stadio dell'evoluzione, da un preciso numero di atomi ON. Ad esempio, nello stadio iniziale, il sistema piccolo possiede 100 atomi ON e quello grande 0 atomi ON. Più avanti (figura 2) ci saranno 99,98 ... atomi ON nel primo sistema ecc..

Fissiamo come riferimento il sistema 1 e consideriamo il numero di atomi del sistema che si trovano nello stato ON. La figura 2 mostra l'universo in una configurazione in cui il sistema 1 ha 99 atomi ON.

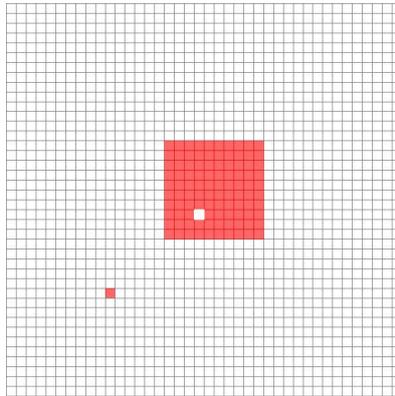


Figura 2: Una configurazione in cui il sistema 1 ha 99 atomi ON.

Definiamo *MACROSTATO* una configurazione caratterizzata da un dato numero di atomi del sistema 1 che sono nello stato ON e *MICROSTATO* una modalità con cui si realizza questa configurazione. Ad esempio, la figura 3 mostra uno dei  $\binom{100}{2}$  microstati in cui può realizzarsi il macrostato "98 atomi ON".

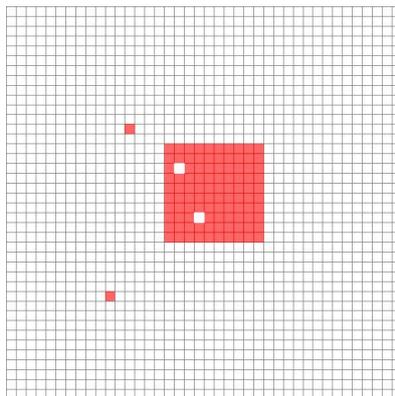


Figura 3: Uno dei  $\binom{100}{2}$  microstati con 2 atomi OFF, ossia 98 atomi ON.

Se prendiamo come riferimento il sistema 2, allora il macrostato con due atomi ON relativo al sistema 2 può realizzarsi in  $\binom{1500}{2}$  modi (microstati).

Possiamo definire l'entropia  $S$  di un sistema con la formula semplificata

$$S = \log W$$

dove  $W$  è il numero di microstati relativi ad una data configurazione di atomi ON/OFF del sistema.

**Esercizio 2.** Per l'universo dato usare il foglio elettronico per descrivere, al variare del numero  $n = 0, 1, \dots, 100$  di atomi ON del sistema 1 e del sistema 2, come variano le rispettive quantità  $W$ ,  $S$  (figura 4).

| <u>n=numero atomi ON</u> | <u>W=combinazioni(100,n)</u> | <u>S=ln(W)</u> | <u>Arrotondamento</u> |
|--------------------------|------------------------------|----------------|-----------------------|
| 100                      | 1                            | 0              | 0                     |
| 99                       | 100                          | 4,605170186    | 5                     |
| 98                       | 4950                         | 8,507142856    | 9                     |
| 97                       | 161700                       | 11,99349805    | 12                    |
| 96                       | 3921225                      | 15,18191466    | 15                    |
| 95                       | 75287520                     | 18,13682494    | 18                    |
| 94                       | 1192052400                   | 20,89894236    | 21                    |

Figura 4: Al variare del numero  $n$  di atomi ON nel sistema 1 variano  $W$  e l'entropia  $S$ .

| <u>n=numero atomi ON</u> | <u>W=combinazioni(1500,n)</u> | <u>S=ln(W)</u> | <u>Arrotondamento</u> |
|--------------------------|-------------------------------|----------------|-----------------------|
| 0                        | 1                             | 0              | 0                     |
| 1                        | 1500                          | 7,313220387    | 7                     |
| 2                        | 1124250                       | 13,9326267     | 14                    |
| 3                        | 561375500                     | 20,14590058    | 20                    |
| 4                        | <u>2,10095E+11</u>            | 26,0708246     | 26                    |
| 5                        | <u>6,28604E+13</u>            | 31,77193685    | 32                    |
| 6                        | <u>1,56627E+16</u>            | 37,29005887    | 37                    |
| 7                        | <u>3,34287E+18</u>            | 42,65336108    | 43                    |
| 8                        | <u>6,23863E+20</u>            | 47,88246234    | 48                    |
| 9                        | <u>1,03423E+23</u>            | 52,99311054    | 53                    |
| 10                       | <u>1,54203E+25</u>            | 57,99772776    | 58                    |

Figura 5: Al variare del numero  $n$  di atomi ON nel sistema 1 variano  $W$  e l'entropia  $S$ .

Rispondere poi alle questioni seguenti:

1. A quale configurazione corrisponde la massima entropia nel sistema 1?
2. A quale configurazione corrisponde la massima entropia nel sistema 2?
3. Come puoi giustificare il fatto che l'entropia è sempre crescente nel sistema 2?
4. A quale colonna possiamo attribuire concetto di energia del sistema?
5. Modificare il programma introducendo una funzione che esprima il concetto di temperatura dei due sistemi
6. Calcola la somma delle entropie dei due sistemi riga per riga. Verifica che l'andamento dell'entropia segue l'andamento dei grafici seguenti:

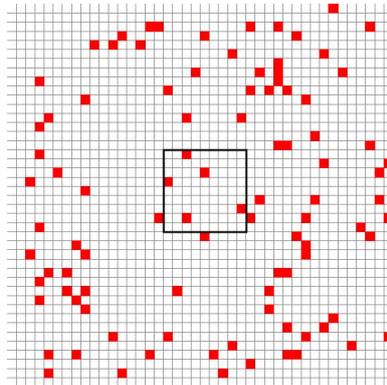


Figura 6: Macrostate del sistema 1 dopo che è passato molto tempo

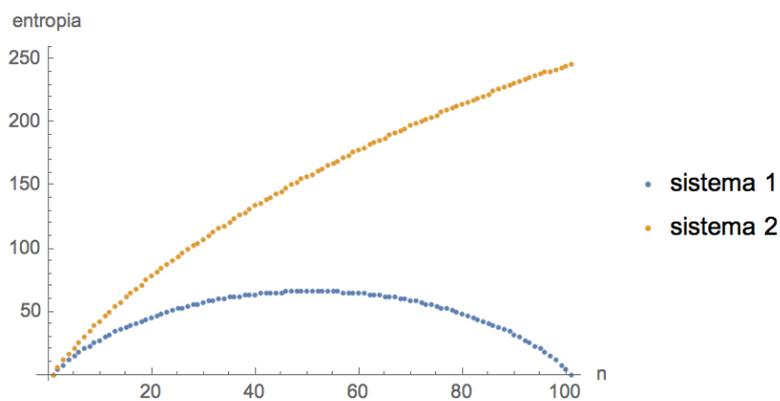


Figura 7: Confronto della variazione dell'entropia dei due sistemi