

Modelli lineari e non

Mario Puppi

5 ottobre 2018

1 Danza aerobica.

Gli esperti raccomandano che durante gli esercizi di aerobica il cuore non si affatichi troppo e hanno proposto una tabella in cui l'età X del praticante è in relazione con il numero massimo di battiti al minuto Y del cuore.

X	Y
20	170
50	144.5
70	127.5



In Geogebra rappresentare con un punto $(X, 0)$ l'età X di una persona, con un punto $(0, Y)$ la frequenza cardiaca.

- Definire i punti $A = (20, 170)$, $B = (50, 144.5)$, $C = (70, 127.5)$
- Qual è il numero massimo di battiti consigliato per una persona di 30 anni?
- Qual è l'età di una persona con una frequenza massima di 161.5 battiti al minuto?
- Calcolare le variazioni di X, Y all'aumentare dell'età, usando Geogebra. Ad esempio $x(B) - x(A)$, $y(C) - y(B)$, \dots
- Spiegare perché la relazione tra X e Y è lineare usando le variazioni.
- Mostrare che la variazione di X e la variazione di Y sono legate da una relazione moltiplicativa
- Trovare la relazione lineare tra X e Y

2 La legge di Zipf

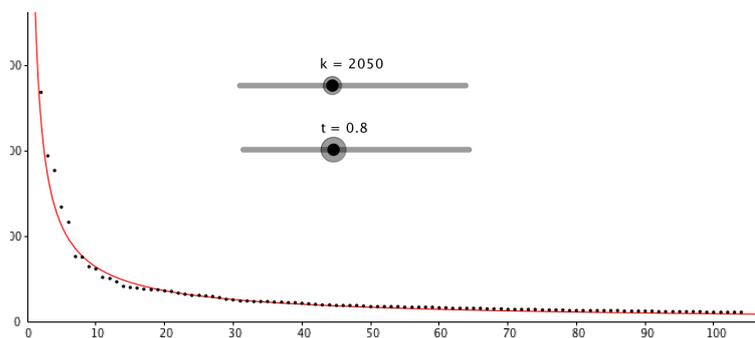
Nel 1949 il linguista George Zipf studiò la frequenza delle parole in un testo. Ordinò le parole in base alla loro frequenza e trovò che le frequenze della 1° parola e della k -esima stanno in un rapporto che è circa $k : 1$.

In generale, la legge di Zipf si può applicare a una popolazione di individui misurabili secondo una grandezza S quando il numero di individui di grandezza almeno S è inversamente proporzionale a S .

Essa descrive la distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria S soggetta alla condizione che $Pr\{S > s\} \sim s^{-1}$.

Dopo il lavoro di Zipf, gli economisti hanno adottato la funzione potenza $x \mapsto \frac{k}{x^\alpha}$ per descrivere fenomeni come la distribuzione della ricchezza delle persone oppure la distribuzione della grandezza delle imprese, grandezza che può essere il fatturato, il numero di dipendenti, la quantità di beni immobili.

- Dal sito <http://www.tuttitalia.it/citta/popolazione/> copiamo la classifica dei comuni italiani più popolosi e la incolliamo nel foglio di Geogebra. Teniamo solo le colonne del *rango* (posizione in classifica) e della popolazione.
- Con il comando *Crea Punti* facciamo un grafico dei dati.
- Con *Grafici* regoliamo la finestra delle coordinate x, y
- In input scriviamo $K \frac{1}{x^\theta}$ e acconsentiamo a creare gli slider θ, K , che faremo variare: $0 \leq \theta \leq 1$ e $0 \leq K \leq 3000$ fino ad ottenere un modello che approssimi bene i dati:



HUMAN BEHAVIOR AND THE PRINCIPLE OF LEAST EFFORT

An Introduction to Human Ecology

by
GEORGE KINGSLEY ZIPP, Ph.D.
Harvard University

ADDISON-WESLEY PRESS, INC.
CAMBRIDGE 42, MASSACHUSETTS
1949

www.tuttitalia.it/citta/popolazione

1.	ROMA	RM	LAZ	2.873.494
2.	MILANO	MI	LOM	1.351.562
3.	NAPOLI	NA	CAM	970.185
4.	TORINO	TO	PIE	886.837
5.	PALERMO	PA	SIC	673.735
6.	GENOVA	GE	LIG	583.601
7.	BOLOGNA	BO	EMR	388.367
8.	FIRENZE	FI	TOS	382.258
9.	BARI	BA	PUG	324.198
10.	CATANIA	CT	SIC	313.396
11.	VENEZIA	VE	VEN	261.905
12.	VERONA	VR	VEN	257.353
13.	MESSINA	ME	SIC	236.962
14.	PADOVA	PD	VEN	209.829

3 Similitudini e Geografia

- **Pawnee National Grassland.** Misurare l'area del parco nazionale *Pawnee National Grassland* nel Colorado.



La superficie del Colorado è di 269837 km^2 .



- Misurare l'altezza del *Colosseo* a Roma.



L'*Anfiteatro Flavio* (Colosseo), fu costruito da Vespasiano, nel 72 d.C. circa, e inaugurato dal figlio Tito nell'80.



- Misurare l'altezza della *Lancia di Luce* a Terni.



La *Lancia di Luce* è stata progettata dall'architetto Pomodoro.



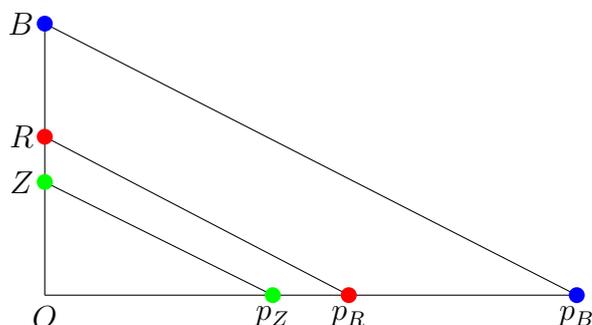
4 Problemi lineari e proiezioni parallele

Un oggetto di ottone. Un blocco metallico del peso di 1,2kg è realizzato con una lega in zinco e rame nella proporzione 3:4. Si trovino le quantità di rame e zinco usate per comporre il blocco.

Confrontiamo il blocco reale, dal peso di 1,2 Kg, con un blocco *virtuale*, fatto da 3g di zinco e 4 g di rame, simile a quello reale.



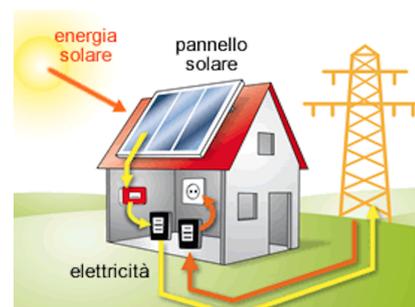
- L'asse x conterrà le quantità virtuali e l'asse y le reali.
- Uno slider p_Z rappresenti la quantità di zinco nel blocco virtuale. Scriviamo $(p_Z, 0)$ nel campo input in modo da ottenere un punto immagine sull'asse x .
- Uno slider p_R rappresenti la quantità di rame nel blocco virtuale. Scriviamo analogamente $(p_R, 0)$ nel campo input.



- In input scriviamo $p_B = p_Z + p_R$ per definire la quantità complessiva del blocco virtuale. Scriviamo in input $(p_B, 0)$ per ottenere un'immagine nell'asse x di questa quantità.
- Definiamo in input il peso $B = 1.2$ complessivo del blocco reale. Scriviamo in input $(0, B)$ per rappresentare il peso del blocco sull'asse y .
- La corrispondenza tra mondo virtuale (asse x) e mondo reale (asse y) è una proiezione parallela.
- La direzione della proiezione è data dalla retta che passa per due punti corrispondenti: $(p_B, 0)$ e $(0, B)$.
- Usando la proiezione parallela troviamo sull'asse y (il mondo reale) i punti corrispondenti $(0, Z)$ e $(0, R)$ dei punti $(p_Z, 0)$ e $(p_R, 0)$. Le loro coordinate sono le quantità richieste di zinco e rame nel blocco reale.

5 Pannelli solari.

Una compagnia ha sviluppato un nuovo tipo di pannello solare in grado di produrre ciascuno una potenza di 0.75 MW al giorno. Secondo l'Authority di Los Angeles il traffico di luce giornaliero dell'intera città richiede una potenza di 0.5 MW.



- Si trovi una funzione E che rappresenti la relazione tra il numero di pannelli solari installati e la quantità di energia generata ogni giorno in MWh. Definire le quantità in input e in output.
- n è il numero di pannelli solari insatallati
- $E(n)$ è l'energia totale generata da n pannelli
- $E(n) = 0.75n$
- Si trovi una funzione D che rappresenti la relazione tra il numero di giorni e l'energia in MW consumata dal traffico di luce dell'intera città.
- E sia l'energia in MW.
- $D(E)$ sia il numero di giorni per MW.
- $D(E) = \frac{1}{0.5}E = 2E$
- Comporre una funzione che possa essere usata per ottenere il numero di giorni che il traffico luce stay on basata sul numero di pannelli installati.
- $D(E(n)) = 2E(n) = 2 \times 0.75n = 1.5n$
- Determinare dominio e codominio appropriati per la funzione precedente.
- Dominio: numeri naturali
- Insieme immagine: multipli di 1.5
- Per quanti giorni 20 pannelli possono fornire luce a tutta la città?