

Decadimento radioattivo

Mario Puppi

2018-2019

1. Le leggi di Rutherford

L'atomo è la più piccola parte di un elemento che mantiene le caratteristiche chimiche dell'elemento stesso. Esso è composto da un nucleo e da elettroni. A sua volta il nucleo è costituito da protoni e neutroni. Il numero di protoni determina l'elemento. Alcuni atomi di uno stesso elemento possono avere un diverso numero di neutroni e sono delle varianti dell'elemento dette isotopi. Gli isotopi di un elemento possono essere radioattivi (emettono radiazioni) o stabili. Un isotopo radioattivo è detto radionuclide.

Vogliamo studiare un modello matematico che descrive il processo del decadimento radioattivo. Il tempo è discreto, suddiviso in *stadi*. La base teorica del modello è data dalle *leggi di Rutherford*:

- i radionuclidi sono instabili, cioè dopo un dato periodo di tempo una porzione costante di essi si disintegra spontaneamente formando atomi di un nuovo elemento
- ad ogni stadio n il numero dei radionuclidi che decadono è direttamente proporzionale a quello dei radionuclidi attivi nel nucleo
- la costante di proporzionalità λ è la stessa ad ogni stadio del processo

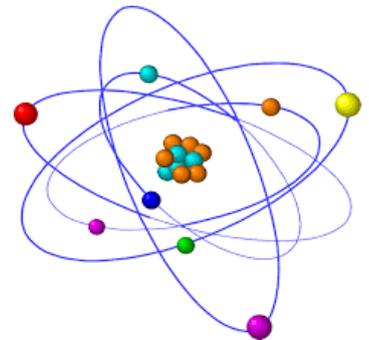
2. Deduzione del modello.

Assumiamo dunque:

- Sia R_n il numero dei radionuclidi presenti nel nucleo allo stadio n



Ernest Rutherford (1871-1937)



Vogliamo descrivere la legge della *progressione geometrica* R_n . Essa dipende dai due parametri:

- il numero R_0 di radionuclidi presenti nel nucleo allo stadio 0
- la costante λ

Il numero di radionuclidi presenti allo stadio $n > 0$ è dato da $R_n = R_{n-1} - \lambda R_{n-1}$. Possiamo dedurne la legge ricorsiva:

- R_0 è il numero di radionuclidi presenti allo stadio iniziale
- Il numero di radionuclidi presenti allo stadio $n > 0$ è dato da

$$R_n = (1 - \lambda)R_{n-1}$$

Ne deduciamo la forma chiusa:

$$R_n = R_0(1 - \lambda)^n$$

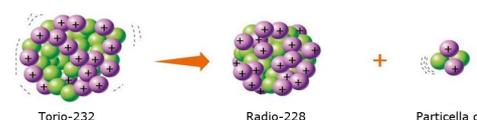
3. Emivita di una sostanza.

Come è ben noto, un parametro usato per descrivere il fenomeno di decadimento di una sostanza è dato dall'emivita della sostanza. Gli isotopi radioattivi trovano numerose applicazioni in diversi settori della ricerca scientifica e vengono largamente impiegati nell'industria.

Nella tabella seguente sono riportati i tempi di dimezzamento di alcune sostanze radioattive.

sostanza	emivita
Radio-226	1620 anni
Cobalto	5.3 anni
Uranio-238	$4.5 \cdot 10^9$ anni
Iodio-131	8 giorni
Carbonio C^{14}	5730 anni
Potassio - 40	$1.28 \cdot 10^9$ anni

Nel campo della medicina gli isotopi sono utili per una serie di procedure di tipo terapeutico, diagnostico e di ricerca. Si possono usare per localizzare il cancro (poiché alcuni isotopi sono assorbiti di preferenza dai tessuti cancerosi), ma anche come sorgenti di radiazioni per distruggere tali tessuti. Lo iodio-131 viene utilizzato



in medicina per valutare la funzionalità della tiroide. Si ritiene infatti che esso sia correlato alla sua capacità di assorbimento dello iodio-131. Dopo aver fatto assumere iodio-131 al paziente, con successive misurazioni della radioattività della tiroide, si può dedurre la quantità di iodio assorbito.

Tavola periodica colorata in base alla radioattività dell'isotopo maggiormente stabile:

		Group																	
		I	II											III	IV	V	VI	VII	VIII
Period	1	1 H																2 He	
	2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
	3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
	4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
	5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
	6	55 Cs	56 Ba	*	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
	7	87 Fr	88 Ra	**	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 UUb	113 Uut	114 Uuq	115 Uuq	116 Uus	117 Uus	118 Uuo
	8	119 Uuq																	
* Lanthanides		57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu			
** Actinides		89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr			

Legenda:

- 4
Be Elemento con tutti gli isotopi stabili
- 43
Tc Elemento radioattivo con isotopi che possiedono tempi di dimezzamento molto lunghi Emivita di oltre un milione di anni, radioattività nulla o trascurabile
- 88
Ra Elemento radioattivo con isotopi che possono causare modesti pericoli per la salute Emivita di più di 500 anni, radioattività paragonabile con i livelli naturali
- 105
Db Elemento radioattivo con isotopi che possono causare elevati pericoli per la salute Emivita di oltre un giorno, livelli di radioattività pericolosi
- 87
Fr Elemento con isotopi altamente radioattivi Emivita di un paio di minuti che genera livelli radioattivi molto pericolosi
- 110
Ds Elemento con isotopi estremamente radioattivi

- Dato un processo di decadimento R_n di una sostanza di cui siano noti i parametri R_0 , λ , determinare il tempo di emivita, misurato in stadi.

Risposta. Sia n lo stadio in cui si verifichi il dimezzamento della quantità iniziale di sostanza R_0 , allora

$$R_n = \frac{1}{2}R_0$$

cioè, $R_0(1 - \lambda)^n = \frac{1}{2}R_0$, possiamo cancellare R_0 per dedurne che $(1 - \lambda)^n = \frac{1}{2}$.

In conclusione, n è il numero intero che approssima $\frac{1}{\log_2(\lambda-1)}$

L'esercizio precedente ci dimostra che l'emivita di una sostanza dipende solo dalla costante λ e non dalla quantità iniziale di sostanza.

4. Datazione di reperti archeologici

Il fenomeno del decadimento radioattivo è alla base di tutti i metodi di datazione delle rocce, dei fossili e dei reperti archeologici. Tra i metodi di datazione più famosi, citiamo il metodo che fa uso dell'isotopo del carbonio C^{14} .

Un organismo vivente accumula, attraverso l'interazione con l'ambiente, piccole quantità di carbonio che va a compensare quello che via via decade, creando uno stato di equilibrio. Da misurazioni effettuate su numerosi campioni, si è ipotizzato che la quantità di carbonio C^{14} in un tessuto vivente sia costante nel tempo ed sia caratteristica del tessuto. Si è allora ipotizzato, ad esempio, che una quercia vivente oggi abbia la stessa quantità di tale isotopo di una in vita migliaia di anni fa. Quando l'organismo muore tale equilibrio cessa, venendo meno l'assorbimento. Da quel momento, la quantità di carbonio C^{14} presente nel tessuto diminuisce col passare del tempo, seguendo la legge del decadimento. Misurando oggi la percentuale di carbonio C^{14} presente nel fossile e paragonandola con quella presente in un analogo tessuto ancora vivente, si può valutare quanta parte del carbonio sia decaduta e quindi stimare l'età del reperto.

La tavola rotonda di Re Artù. Nel Castello di Winchester è conservata una grande tavola rotonda di legno, del diametro di

5.5 m, divisa in 25 settori. Alcuni studiosi avevano ipotizzato che potesse trattarsi della leggendaria tavola di Re Artù, cavaliere medioevale, sovrano ideale in pace e in guerra, importante figura del Ciclo Bretone. La datazione effettuata con il metodo del carbonio C^{14} ha però stabilito che il legno proveniva da alberi tagliati nel XIII secolo.

5. Datazione delle rocce

Per datare le rocce si utilizza il potassio-40 invece del carbonio C^{14} . Infatti, l'emivita del potassio è più lunga e in questo modo è stato possibile stimare:

- l'età del fossile più antico rinvenuto sulla terra, creato da organismi unicellulari: $3,7 \cdot 10^9$ anni
- l'età della terra: $4,6 \cdot 10^9$ anni



stromatolite della Groenlandia