

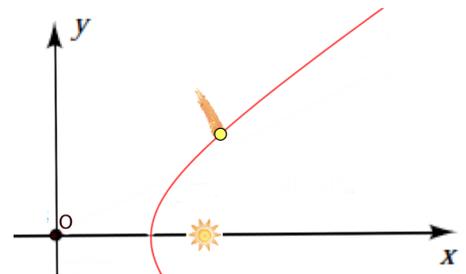
# Il mondo è cartesiano: iperboli

Mario Puppi

maggio 2019

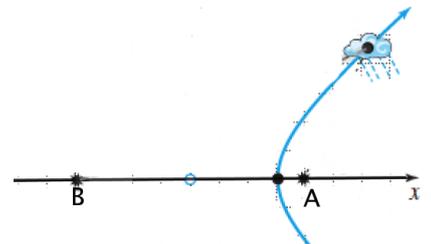
**1. La cometa** Una cometa viaggia nel sistema solare e si sta avvicinando al Sole, ma la sua velocità è così grande che non sarà catturata dalla gravità del Sole. La sua orbita è un'iperbole in cui il Sole occupa uno dei fuochi. Il riferimento cartesiano sia scelto in modo che l'equazione dell'orbita sia  $2116x^2 - 400y^2 = 846.400$ .

- Determinare le coordinate del Sole nel riferimento scelto.
- Qual è l'equazione della traiettoria rettilinea della cometa in avvicinamento al Sole?
- Qual è la distanza minima della cometa dal Sole?
- Qual è l'equazione della traiettoria rettilinea finale della cometa ?



**2. La tempesta.** Due stazioni meteorologiche  $A, B$  distano 4 km tra loro. Una tempesta si sta avvicinando e la stazione  $B$  registra il rumore di un tuono con un ritardo di 9 sec rispetto alla stazione  $A$ . Assumere che la velocità del suono sia 340 m/sec. Il riferimento cartesiano sia scelto con l'origine  $B$  e asse  $x$  passante per  $B$ .

- Spiega perchè il luogo delle posizioni possibili della tempesta nell'istante in cui il tuono è stato emesso è un'iperbole.
- Determina l'equazione dell'iperbole
- Determina i semiassi dell'iperbole
- Determina l'eccentricità dell'iperbole

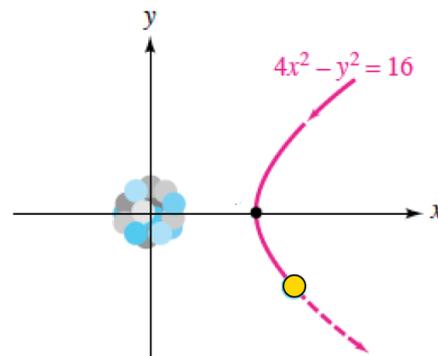


**3. Particelle alfa.** Nel 1911 il fisico Ernest Rutherford scoprì che se le particelle alfa sono lanciate contro il nucleo di un atomo,

in certi casi vengono respinte e si allontanano seguendo un'orbita iperbolica.

Una particella alfa in moto rettilineo viene deviata su un'orbita iperbolica quando passa nelle vicinanze di un atomo. In un riferimento in cui il nucleo è centrato nell'origine, l'equazione dell'iperbole è  $4x^2 - y^2 = 16$ . Determinare:

- l'equazione della traiettoria rettilinea iniziale della particella
- la posizione in cui la particella è più vicina al nucleo
- l'equazione della traiettoria rettilinea finale della particella
- l'eccentricità della traiettoria



**4. Navigazione LORAN.** Il sistema di navigazione radio LORAN (LONg-RANge Navigation) si basa sull'iperbole. Due stazioni radio  $A, B$  emettono simultaneamente un segnale. Una nave in mare riceve prima il segnale emesso da  $A$  e, dopo un tempo  $T$ , riceve il segnale emesso da  $B$ . Le due stazioni emettono ripetutamente segnali simultanei e la nave segue una rotta tale che l'intervallo  $T$  tra i due segnali rimanga costante.



- Spiegare perchè la rotta della nave è un'iperbole (poche chiacchiere, qualche formula).
- Determinare i fuochi dell'iperbole.

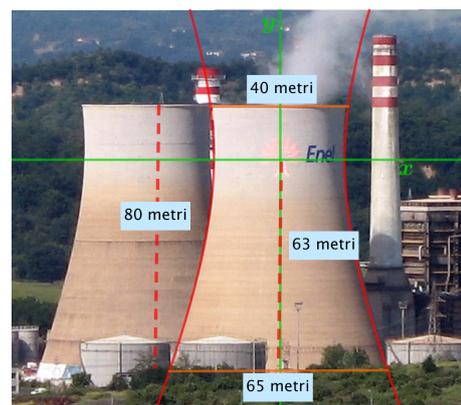
Se l'equazione dell'iperbole è  $x^2 - 4y^2 = 576$

- Determinare le coordinate delle due stazioni
- Determinare le coordinate della nave quando si trovaa 5 miglia dalla costa.i

**5. La centrale termoelettrica.** La centrale termoelettrica di Santa Barbara, nel comune di Cavriglia (Toscana), ha due torri di refrigerazione a ventilazione naturale, costituite da una struttura in cemento armato a forma iperbolica, alte 80 metri, con il diametro di base inferiore di 65 metri e il diametro superiore di 36 metri.

Il piano di simmetria orizzontale dell'iperboloide di ciascuna torre si trova ad una distanza di 63 metri dalla base inferiore.

- Scrivere l'equazione del profilo iperbolico delle torri, riferito ai suoi assi di simmetria.
- Calcolare l'eccentricità del profilo iperbolico

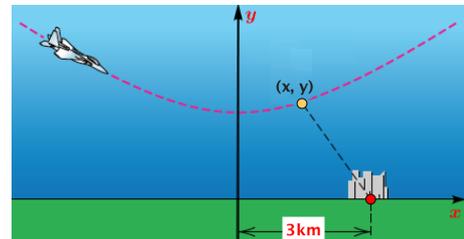


- Scrivere l'equazione del profilo iperbolico di una torre in un riferimento in cui l'asse  $x$  passi per il diametro di base e l'asse  $y$  sia asse di simmetria

**6. L'aeroplano.** Un aeroplano sta volando lungo una rotta iperbolica che ha equazione  $2y^2 - x^2 = 8$  in un sistema di riferimento dato.

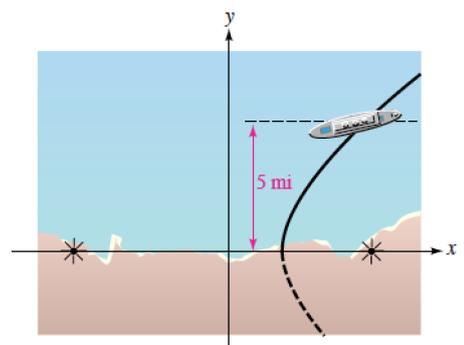
Determina la posizione in cui l'aeroplano sarà più vicino ad una città di coordinate  $(3, 0)$  nel riferimento dato.

Suggerimento: Il quadrato  $Q$  della distanza di un punto  $(x, y)$  della rotta dell'aereo dal punto  $(3, 0)$  è esprimibile come funzione quadratica della sola coordinata  $x$ .



**7. Navigazione LORAN** Due stazioni radio poste su un litorale emettono simultaneamente un segnale che viene ripetuto con una certa frequenza. Una nave riceve i due segnali con un ritardo di tempo  $T$  che è costante in tutta la sua rotta. In un riferimento cartesiano la rotta della nave abbia equazione  $x^2 - 4y^2 = 576$  (unità di misura dello spazio sia il km). Determinare:

- le posizioni delle due stazioni sul litorale
- la posizione della nave quando si trova a 5 miglia dalla costa
- Il ritardo tra le due navi misurato in km (il segnale viaggia a velocità costante)
- la traiettoria rettilinea della nave a grande distanza dal litorale



**8. Il temporale.** Una persona  $A$  si trova ad un 1 km ad est rispetto alla posizione di una persona  $B$ .  $A$  sente il rumore di un tuono esattamente 1 sec prima di  $B$ . Il luogo delle posizioni in cui può essere il temporale è un iperbole e il suono viaggia alla velocità di 340 metri al secondo. In un riferimento cartesiano con assi coordinati gli assi di simmetria dell'iperbole, determinare

- le posizioni dei fuochi dell'iperbole
- i due semiassi dell'iperbole
- gli asintoti dell'iperbole
- la distanza minima a cui si può trovare la persona  $A$  dal temporale.

