

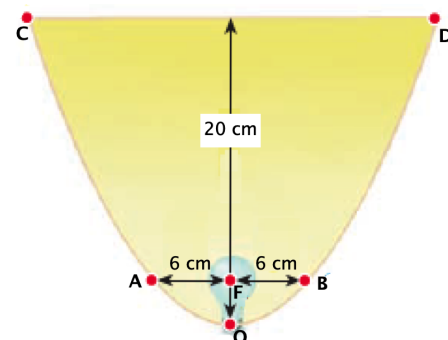
Il mondo è cartesiano: parabole

Mario Puppi

gennaio 2019

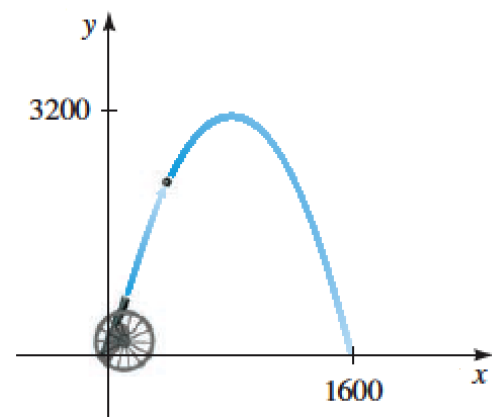
 **1. Il riflettore parabolico.** Il bulbo di una lampada con un riflettore parabolico è posto nel fuoco F . Fissare il riferimento cartesiano con l'origine nel vertice della parabola.

- Dimostrare che la parabola ha equazione della forma $y = ax^2$.
- La corda AB parallela alla direttrice e passante per il fuoco è detta il *latus rectum* della parabola. Sapendo che AB misura 12 cm dedurre il valore del coefficiente a .
- Determinare la distanza focale f e l'equazione della retta direttrice della parabola.
- Determinare l'ampiezza dell'apertura CD del riflettore, parallela alla direttrice della parabola e posta ad una distanza di 20 cm dal vertice.



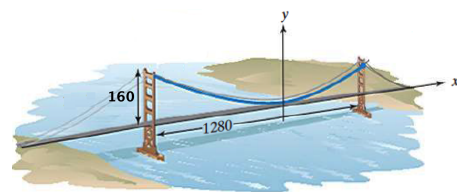
 **2. La palla da cannone.** Un cannone spara una palla che percorre una traiettoria parabolica, raggiunge un'altezza massima da terra di 3200 piedi e tocca terra ad una distanza di 1600 piedi dal cannone. Assumere un sistema di riferimento con l'origine nel cannone.

- Dimostrare che la traiettoria ha un'equazione della forma $y = ax^2 + bx$.
- Determinare le coordinate del vertice della traiettoria parabolica.
- Determinare l'equazione della traiettoria parabolica.
- Determinare a quale distanza dal cannone la palla raggiunge per la prima volta un'altezza di 400 piedi.





3. Golden Gate Bridge. Le due torri del *Golden Gate Bridge*, ponte che collega San Francisco con Marin County, distano tra loro 1280 metri. La loro altezza è di 160 metri rispetto alla strada. Il cavo tra le due torri è parabolico e tocca la strada nel punto medio tra le due torri. Assumere l'origine del sistema di riferimento nel punto medio tra le due torri.



- Dimostrare che il cavo ha un'equazione della forma $y = ax^2$.
- Determinare l'equazione della parabola.
- Determinare le coordinate dei due punti del cavo posti ad un'altezza di 80 metri dalla strada.
- Determinare l'altezza del cavo in un punto che dista 100 metri dalla torre più vicina.



4. Pizza. In una pizzeria la pizza margherita viene venduta in diversi formati. La pizza è sempre di forma circolare e il prezzo dipende dal diametro della pizza, come indicato nella tabella seguente:

diametro in cm	prezzo in euro
20	6.00
30	8.50
40	11.50



Assumere che il prezzo y della pizza sia una funzione quadratica $y = ax^2 + bx + c$ del diametro x .

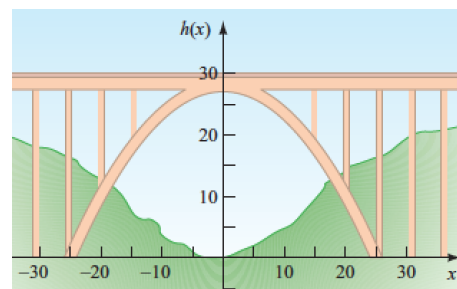
- Determinare il valore del parametro a
- Determinare il valore del parametro b
- Determinare il valore del parametro c
- Determinare il prezzo di una pizza di diametro 35 cm.



5. Il ponte. L'altezza $h(x)$ di un ponte in un punto a distanza $|x|$ metri dal centro del ponte è

$$h(x) = -\frac{3}{64}x^2 + 27$$

Sapendo che la larghezza del ponte è di 48 metri



- Qual è l'altezza massima del ponte?
- Qual è l'altezza in un punto posto a 10 metri dal centro del ponte?
- Se un punto si trova ad un'altezza di 8 metri, a quale distanza dal centro si trova?
- Scrivere l'equazione del grafico di h , traslato in orizzontale di 10 metri verso destra.

6. Danza acrobatica.

La funzione

$$h(t) = -16t^2 + 16kt$$

descrive l'elevazione da terra (misurata in piedi) di una ballerina acrobatica durante un salto, al variare del tempo (misurato in secondi), dove k è un numero positivo, parametro del modello.



- Determinare per quanto tempo rimane in aria la ballerina se $k = 1.5$.
- Per quali valori del parametro k l'elevazione massima da terra è di 4 piedi?
- Qual è la durata di un salto (cioè il tempo durante il quale la ballerina rimane in volo) che ha un'elevazione massima di 4 piedi?
- Se la ballerina rimane in aria 2 secondi, qual è il valore di k ?

7. Golf Club. La funzione

$$h = h(x) = -\frac{32}{130^2}x^2 + x$$

descrive l'altezza in metri da terra raggiunta da una pallina da golf in funzione della distanza orizzontale dal punto di lancio espressa in piedi.



- A quale altezza si troverà la pallina dopo aver viaggiato orizzontalmente per 100 piedi?
- Qual è la massima altezza raggiunta dalla pallina?

- A quale distanza dal punto di lancio raggiungerà terra la pallina?
- A quale distanza dal punto di lancio la pallina raggiunge l'altezza di 57 piedi?

 **8. Ecology.** Nel 1995 sulla rivista *Ecology* della *Ecological Society of America* fu pubblicato uno studio sulla pianta di origine tropicale *alseis blackiana*. La tabella mostra la relazione tra il diametro della pianta, misurato in DBH ad un'altezza di circa 60 cm da terra, e l'altezza in metri:

altezza (in metri)	DBH (in cm)
2	0.9
5	3.1
10	8.2

Supponiamo che esista una relazione $y = ax^2 + bx + c$ tra l'altezza x in metri e il DBH y in cm.

- Determinare il valore del parametro a
- Determinare il valore del parametro b
- Determinare il valore del parametro c
- Scrivere la relazione $y = ax^2 + bx + c$

