Le simmetrie del DNA n. 2

Piano Nazionale Lauree Scientifiche.
Progetto Math-en-Jeans.
Dipartimento di Matematica
Università di Padova.

Mario Puppi, Valentina Novello

18 gennaio 2019

3. Costruzioni di osservabili.

 **3.1 Costruzioni di pattern.** Fissiamo l'attenzione sull'insieme $\mathcal{B}^2$ delle 16 parole formate da due lettere dell'alfabeto genetico $\mathcal{B} = \{A, C, T, G\}$.

A partire dagli osservabili di $\mathcal{B}^2$ costruiremo dei nuovi pattern, usando una costruzione standard.

Prendiamo due osservabili $X, Y \in \mathcal{B}^2$ e consideriamo il pattern che inizia con X, finisce con Y, con un pattern separatore di lunghezza l caratteri tra i due pattern X, Y. Lo indicheremo con $X : l : Y$. La distanza l di separazione potrà variare da 1 a 10^7.

Al fine di poter confrontare gli osservabili così costruiti, definiamo una frequenza normalizzata:

$$z_{[X,Y]}(l) := \frac{P(X : l : Y)}{P(X)P(Y)}$$

Esercizio 4. Calcolare tutte le frequenze $P(X : l : Y)$ e le loro normalizzate $z_{[X,Y]}(l)$, con $X, Y \in \mathcal{B}^2$.

Esercizio 5. Studiare l'effetto dell'operatore R di scambio definito da

$$(X; l; Y) \xrightarrow{R} (Y; l; X)$$

Esistono dei pattern $(X; l; Y)$ che hanno la stessa frequenza di $(Y; l; X)$?

Esercizio 6. Studiare l'effetto dell'operatore C definito da

$$(X; l; Y) \xrightarrow{C} (\hat{X}; l; Y)$$

dove $\hat{X}$ è l'inverso complementare di X.

Osserviamo che

- $RC \neq CR$ cioè R e C non commutano
- $RR = CC = Id$, cioè R, C sono involutorie.
- CRC ha lo stesso effetto della simmetria inverso-complementare dato che il suo effetto sul pattern $(X; l; Y)$ è di trasformarlo in $(\hat{Y}; l; \hat{X})$

Studieremo operatori S ottenuti componendo R e C, le chiameremo simmetrie. Se S è una simmetria e Y è un osservabile, consideriamo l'insieme $\mathscr{S}_S(Y)$ degli osservabili ottenuti applicando a Y tutti gli operatori dell'insieme S.

Per esempio, se $S = \{CRC\}$ allora

$\mathscr{S}_S(X : l : Y) = \{X : l : Y,\ \hat{Y} : l : \hat{X}\}$.

Se $S = \{CRC, R\}$ allora

$\mathscr{S}_S(X : l : Y) = \{X : l : Y, Y : l : X, \hat{Y} : l : \hat{X}, \hat{X} : l : \hat{Y}\}$