

Modelli esponenziali

Mario Puppi & Valentina Novello

febbraio 2019

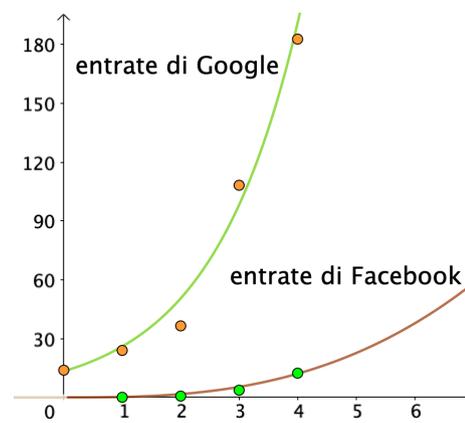
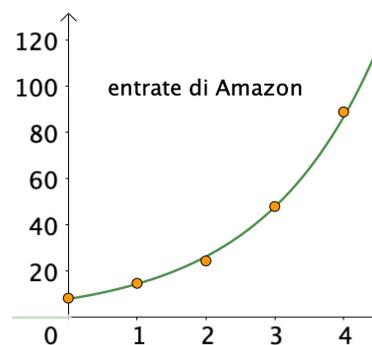
1. I cannibali digitali del GAFA

I quattro giganti del Tech: Google, Apple, Facebook, Amazon (acronimo GAFA) ogni anno hanno un giro d'affari da capogiro. La tabella delle entrate annuali (in miliardi di dollari) mostra che la crescita del GAFA è esponenziale.

[Fonte: L'Espresso 03.09.2015]

	2005	2007	2009	2011	2014
Amazon	8.4	14.8	24.5	48.0	88.9
Apple	13.9	24.0	36.5	108.2	182.7
Facebook	0	0.1	0.7	3.7	12.4
Google	6.4	16.5	23.6	37.9	66.0

- Fare un modello esponenziale delle entrate F_n di *Facebook* nell'anno n , a partire dal 2007 come anno 0.
- Fare un modello esponenziale delle entrate B_n di *Apple* nell'anno n , a partire dal 2005 come anno 0.
- Fare un modello esponenziale delle entrate G_n di *Google* nell'anno n , a partire dal 2005 come anno 0.
- Fare un modello esponenziale delle entrate A_n di *Amazon* nell'anno n , a partire dal 2005 come anno 0.
- Valutare il tempo di raddoppio di F_n , G_n , B_n e A_n .
- Determinare se le entrate di *Facebook* potranno superare in futuro quelle di *Google*.
- Verificare la validità dei modelli del GAFA sui dati del 2017.



2. Crescita di Eni-Snam

Con la domanda che cresce del 2 per cento l'anno, il che vuol dire che da oggi al 2015 incrementerà del 30 per cento, la nostra potenza di investimento di 1 miliardo di euro all'anno deve mantenersi ben oltre il 2010" afferma Malacarne (Amministratore Delegato di SNAM-ENI).

"Nel 2020 saranno necessari altri 40 miliardi di metri cubi di gas oltre i 73 importati oggi" **L'Espresso, 14 febbraio 2008.**

Problema. *Fare un modello della domanda annuale di gas per il periodo 2008-2015 assumendo che la domanda di gas cresca del 2% all'anno.*

- Sia D_n la domanda di gas nell'anno n a partire dal 2008 (anno zero).
- Scrivere la relazione tra D_n e D_{n-1} .
- Spiegare perchè D_n è una *progressione geometrica* specificandone la ragione.
- Spiegare perchè D_n è una successione monotona.
- Determinare una formula chiusa (cioè, analitica) per la successione D_n , assumendo che D_0 sia un parametro del modello (cioè un dato non conosciuto.)
- Verificare la correttezza dell'affermazione: "da oggi al 2015 la domanda crescerà del 30%".
- Dimostrare che l'affermazione "nel 2020 saranno necessari altri 40 miliardi di metri cubi di gas oltre i 73 importati oggi" è infondata se la crescita annua prevista è del 2%.
- Determinare la crescita percentuale annua compatibile con la previsione che "nel 2020 saranno necessari altri 40 miliardi di metri cubi di gas oltre i 73 importati oggi".



3. Bit-coin, la moneta elettronica

Per anni futurologi e scienziati hanno vagheggiato una moneta interamente elettronica. La realtà ha superato la fantasia: un matematico, nascosto sotto le pseudonimo di Satoshi Nagamoto, nel 2009 ha pubblicato in rete un ingegnoso sistema monetario digitale che è stato implementato da programmatori di tutto il mondo, fino a coinvolgere rapidamente decine di migliaia di minatori. La potenza di calcolo di tutti i minatori di Bitcoin del mondo ha superato i 50 exaflop, ovvero 50 miliardi di miliardi di operazioni al secondo. Dall'inizio a oggi, il controvalore della nuova moneta, il Bitcoin, è salito da 15 a oltre 1070 dollari. Fonte: L'Espresso, 12.12.2013.



N.B. Alla fine di marzo 2014 il sito di Mt Gox - la principale piattaforma di compravendita di Bitcoin al mondo - è sparito nel nulla. Si sono così nebulizzati 750mila Bitcoin di proprietà di migliaia di utenti, per un controvalore di 345 milioni di euro.

Fonte: Il Sole 24 Ore, 01.04.2014.

Assunto un fattore di crescita (mensile) del controvalore pari a 0,075, costruire un modello che descriva il fenomeno e riempire lo spazio dei puntini.

Adottiamo un modello discreto Malthusiano.

- Unità di misura per il tempo: n sia il mese.
- Origine dell'asse dei tempi: gennaio 2009 sia il mese 0.

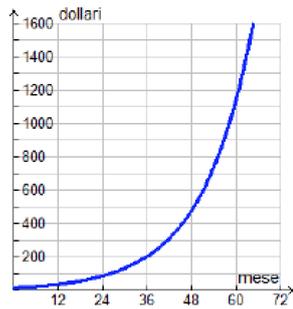
Denotato con B_n il controvalore allo stadio (mese) n , si ha $n = 0, 1, 2, \dots$

- $B_0 = 15$
- $B_{n+1} = B_n + 0,075B_n = 1.075B_n$

Il fenomeno è quindi descritto dal processo iterativo, per $n = 0, 1, 2, \dots$:

$$B_n = 15 (1,075)^n$$

Il modello continuo è dato dalla funzione $B(t)$ definita su un istante di tempo $t \geq 0$:



$$B(t) = 15 (1,075)^t$$

Per stimare il controvalore nell'anno 2013, valutiamo il modello nel mese di novembre 2013 (la data della fonte è il 12.12.2013), ossia al tempo $t = 59$, precisamente:

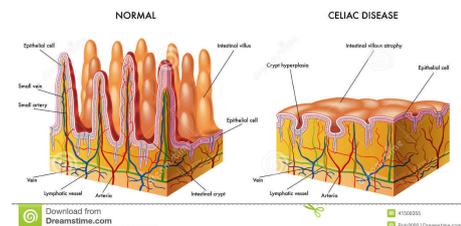
$$B(59) = 15 (1,075)^{59} = 1069,52$$

4. Celiachia in crescita

(da www.bionotizie.com, 13 aprile 2013.) *La celiachia fa sempre più vittime: sono più di 135mila i casi diagnosticati, con un incremento del 10% circa all'anno negli ultimi 5 anni. Un aumento che, secondo gli esperti, non può essere giustificato solo con la maggiore conoscenza di questa malattia e che si somma al numero sempre maggiore di persone che soffrono di sensibilità al glutine non celiaca (SGNC), una sindrome caratterizzata da diversi sintomi, sia intestinali che extraintestinali, associati all'assunzione di glutine e che migliorano (o addirittura scompaiono) dopo l'eliminazione di questa proteina dalla dieta per ricomparire se si ricomincia ad assumerla.*



-cato solo con la maggiore conoscenza di questa malattia e che si somma al numero sempre maggiore di persone che soffrono di sensibilità al glutine non celiaca (SGNC), una sindrome caratterizzata da diversi sintomi, sia intestinali che extraintestinali, associati all'assunzione di glutine e che migliorano (o addirittura scompaiono) dopo l'eliminazione di questa proteina dalla dieta per ricomparire se si ricomincia ad assumerla.



- Costruire un modello di crescita del numero di vittime di celiachia relativo all'intervallo di tempo esaminato dall'articolo. Assumere che l'ultimo anno dell'intervallo sia il 2012.
- Usare il modello per prevedere il numero di morti per celiachia nel 2013
- Secondo il modello, in quale anno il numero di morti per celiachia sarà raddoppiato rispetto al 2012?
- Costruire un altro modello a partire dai dati della “Relazione annuale al parlamento sulla celiachia” (Ministero del lavoro, della salute e delle politiche sociali) sul censimento dei celiaci:

anno	2009	2010	2011	2012	2013
n.° celiaci	110480	122482	135800	148662	164492

- Confrontare i due modelli sulla previsione per il periodo di tempo 2013-2018
- Cercare i dati relativi al 2013-2018. Quale dei due modelli si comporta meglio nella previsione?



5. Bici elettriche in Cina.

Nel 2012 le biciclette elettriche in circolazione nel mondo hanno raggiunto i 30 milioni di esemplari. Secondo le previsioni degli esperti del settore, l'aumento delle vendite di e-bike è un trend che continuerà; il mercato crescerà a un ritmo di 7,5 per cento annuo tra il 2012 e il 2018, fino ad arrivare ad un livello di vendite globali di circa 46,29 milioni di veicoli nel 2018. A trainare la crescente diffusione di bici sarà la Cina, con l'89 per cento delle e-bike in circolazione, pari a 42 milioni di veicoli, e un giro d'affari che toccherà 11,9 miliardi di dollari nel 2018.

Fonte: Famiglia Cristiana, 51/2012

Problema. *Costruire un modello esponenziale che descriva la crescita di e-bike nel mondo nell'intervallo di tempo compreso tra il 2012 e il 2018.*

Sia B_n il numero di biciclette elettriche (in milioni) vendute nel mondo nell'anno n a partire dal 2012 (anno *zero*).



- Scrivere le equazioni ricorsive che definiscono la successione B_n .
- Spiegare perchè B_n è una *progressione geometrica* specificandone la ragione.
- Spiegare perchè B_n è una successione monotona.
- Determinare una formula chiusa (cioè, analitica) per la successione B_n .
- Verificare che le vendite previste nel 2018 sono in accordo con il modello B_n .
- Descrivere in modo grafico il modello delle vendite di e-bike dal 2012 al 2018.

Risoluzione.

Denotato con B_n il numero di biciclette elettriche vendute nel mondo (in milioni) dal 2012 (anno zero) al 2018, sulla base dell'ipotesi di crescita, si ha, per $n = 0, 1, 2, \dots, 6$

$$B_0 = 30, \quad B_{n+1} = B_n + \frac{7,5}{100} B_n = 1.075 B_n$$

Il fenomeno è quindi descritto dal processo iterativo, per $n = 0, 1, 2, \dots, 6$:

$$B_n = 30 (1,075)^n$$

Osservato che l'anno 2018 corrisponde ad $n = 6$, risulta

$$B_6 = 30 (1,075)^6 = 42,299$$

ovvero la previsione di vendita di e-bike per il 2018 è di circa 46,3 milioni di veicoli.

