

# Giochi economici continui

Mario Puppi

24 maggio 2020

## Giochi economici continui

---



**Giochi continui** In ambito economico si studiano anche i giochi in cui le strategie possibili per i giocatori sono infinite. Nel modello che vedremo una strategia è data dalla scelta di un numero reale positivo. Ad esempio, i giocatori possono essere delle aziende che producono un bene  $B$  e la loro strategia consiste nella scelta del prezzo  $p$  di vendita del prodotto (strategia di vendita).

In generale, un gioco continuo tra due giocatori  $G_1$  e  $G_2$  si gioca a turno, come a scacchi oppure a poker, però le mosse sono in tutto 2.

- $G_1$  fa la prima mossa, le mosse possibili per  $G_1$  sono tutti i numeri reali in un intervallo  $I_1$
- poi muove  $G_2$  scegliendo tra tutti i numeri reali in un intervallo  $I_2$
- il gioco termina

$G_1$  ha il vantaggio di fare la prima mossa, ma  $G_2$  ha il vantaggio di poter conoscere la mossa fatta da  $G_1$  ed agire in contropiede. Riassumendo,

- una giocata è una coppia di numeri  $(x_1, x_2)$ .
- il giocatore  $G_1$  ha un guadagno  $\pi_1(x_1, x_2)$  per questa giocata
- mentre  $G_2$  avrà un guadagno  $\pi_2(x_1, x_2)$

**Analisi di un gioco continuo.** Una giocata è data da una coppia di numeri  $(x_1, x_2)$ , con  $x_1 \in I_1$  e  $x_2 \in I_2$ . Ma come avviene la giocata? La prima mossa  $x_1$  la fa  $G_1$  mentre a  $G_2$  spetta la seconda mossa. Per capire qual deve essere un comportamento razionale in questo gioco, faremo un **ragionamento a ritroso**.

- Cominciamo a ritroso dall'ultima mossa  $x_2$  fatta da  $G_2$ . E' possibile prevederla.
- $G_2$  conosce la mossa  $x_1$  di  $G_1$  e sa qual è il suo guadagno  $\pi_2(x_1, x)$  per ogni mossa  $x \in I_2$  che può fare.

- Il comportamento razionale di  $G_2$  è scegliere  $x_2 \in I_2$  in modo da rendere massimo il suo guadagno  $\pi_2(x_1, x)$
- quindi, per ogni  $x \in I_2$  avremo

$$\pi_2(x_1, x_2) \geq \pi_2(x_1, x)$$

Riassumiamo la situazione: la mossa  $x_1$  di  $G_1$  ha indotto  $G_2$  a fare la mossa  $x_2$ , possiamo pensare che questa scelta sia fatta usando una funzione  $b$ , *risposta migliore*, tale che

$$x_2 = b(x_1)$$

Che cosa può fare allora  $G_1$ ? Userà la tecnica a ritroso di *pensare a quello che penserà  $G_2$*  per tutte le sue possibili mosse  $x \in I_1$ , un pò come un giocatore di scacchi. Se  $G_1$  sceglie  $x$  allora  $G_2$  sceglierà  $b(x)$ , quindi il gioco terminerà con la storia completa  $(x, b(x))$ . Il comportamento razionale di  $G_2$  sarà quello di rendere massimo il suo guadagno per questa giocata:

$$\pi_1(x, b(x))$$