

Giochi economici continui

Mario Puppi

24 maggio 2020

Giochi economici continui



Giochi continui In ambito economico si studiano anche i giochi in cui le strategie possibili per i giocatori sono infinite. Nel modello che vedremo una strategia è data dalla scelta di un numero reale positivo. Ad esempio, i giocatori possono essere delle aziende che producono un bene B e la loro strategia consiste nella scelta del prezzo p di vendita del prodotto (strategia di vendita).

In generale, un gioco continuo tra due giocatori G_1 e G_2 si gioca a turno, come a scacchi oppure a poker, però le mosse sono in tutto 2.

- G_1 fa la prima mossa, le mosse possibili per G_1 sono tutti i numeri reali in un intervallo I_1
- poi muove G_2 scegliendo tra tutti i numeri reali in un intervallo I_2
- il gioco termina

G_1 ha il vantaggio di fare la prima mossa, ma G_2 ha il vantaggio di poter conoscere la mossa fatta da G_1 ed agire in contropiede. Riassumendo,

- una giocata è una coppia di numeri (x_1, x_2) .
- il giocatore G_1 ha un guadagno $\pi_1(x_1, x_2)$ per questa giocata
- mentre G_2 avrà un guadagno $\pi_2(x_1, x_2)$

Analisi di un gioco continuo. Una giocata è data da una coppia di numeri (x_1, x_2) , con $x_1 \in I_1$ e $x_2 \in I_2$. Ma come avviene la giocata? La prima mossa x_1 la fa G_1 mentre a G_2 spetta la seconda mossa. Per capire qual deve essere un comportamento razionale in questo gioco, faremo un **ragionamento a ritroso**.

- Cominciamo a ritroso dall'ultima mossa x_2 fatta da G_2 . E' possibile prevederla.
- G_2 conosce la mossa x_1 di G_1 e sa qual è il suo guadagno $\pi_2(x_1, x)$ per ogni mossa $x \in I_2$ che può fare.

- Il comportamento razionale di G_2 è scegliere $x_2 \in I_2$ in modo da rendere massimo il suo guadagno $\pi_2(x_1, x)$
- quindi, per ogni $x \in I_2$ avremo

$$\pi_2(x_1, x_2) \geq \pi_2(x_1, x)$$

Riassumiamo la situazione: la mossa x_1 di G_1 ha indotto G_2 a fare la mossa x_2 , possiamo pensare che questa scelta sia fatta usando una funzione b , *risposta migliore*, tale che

$$x_2 = b(x_1)$$

Che cosa può fare allora G_1 ? Userà la tecnica a ritroso di *pensare a quello che penserà G_2* per tutte le sue possibili mosse $x \in I_1$, un pò come un giocatore di scacchi. Se G_1 sceglie x allora G_2 sceglierà $b(x)$, quindi il gioco terminerà con la storia completa $(x, b(x))$. Il comportamento razionale di G_2 sarà quello di rendere massimo il suo guadagno per questa giocata:

$$\pi_1(x, b(x))$$