

Le funzioni lineari sono similitudini

La nozione di similitudine è una delle più importanti nella tradizione matematica scolastica, dove viene presentata attraverso l'argomento "Triangoli simili", nello studio della geometria del piano. Vedremo che si tratta, in effetti, di una proprietà caratteristica delle funzioni lineari.



Una funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una *similitudine* se esiste un numero k (detto *rapporto* di f) tale che

$$f(x_2) - f(x_1) = k(x_2 - x_1)$$

per ogni $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$.

Si può dimostrare che ogni funzione lineare $f(x) = mx + q$ è una similitudine, è un esercizio che potete fare, forza!

Un pò più difficile, forse lo vedremo, è dimostrare che ogni similitudine è una funzione lineare.

Dunque, funzioni lineari e similitudini sono la stessa cosa!

Ne segue il teorema di scomposizione: ogni similitudine $f(x) = mx + q$ è composta da un'omotetia:

$$x \mapsto mx = y$$

e da una traslazione:

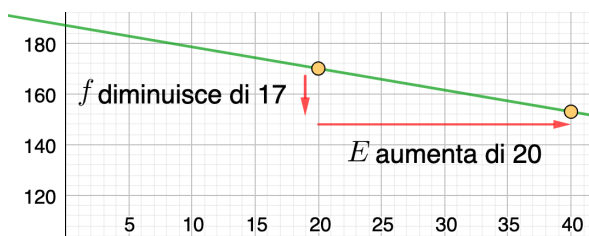
$$y \mapsto y + q$$

Problema 1: danza aerobica

| E | f |
|-----|-------|
| 20 | 170 |
| 40 | 153 |
| 50 | 144.5 |
| 60 | 136 |
| 70 | 127.5 |

Gli esperti raccomandano che durante gli esercizi di aerobica il cuore non si affatichi troppo e hanno proposto una tabella in cui l'età E del praticante sia in relazione con la massima frequenza cardiaca B (il numero di battiti del cuore al minuto).

- Fare il grafico Geogebra della relazione data dalla tabella, cioè dell'insieme di tutte le coppie della forma (E, B) .
- Spiegare perché la relazione data tra età E e frequenza cardiaca massima B è una funzione lineare $f : E \mapsto B$
- Scoprire un numero a tale che se l'età E aumenta di H allora la frequenza massima B diminuisce di aH . Il numero a è il rapporto di f .



- Usare la proprietà precedente per determinare il numero massimo di battiti consigliato per una persona di 30 anni.
- Usare la proprietà precedente per determinare il numero massimo di battiti consigliato per una persona di 45 anni.
- Usare Geogebra per determinare l'età che corrisponde ad una frequenza cardiaca massima $B = 157,25$
- Trovare la formula $f(x) = mx + q$ della similitudine f . Suggerimento: trovare prima m e l'omotetia $h(x) = mx$. Determinare poi q in modo che $h(x) + q$ coincida esattamente con $f(x)$.

Esercizi per casa

Dal libro di testo, capitolo 7, fare gli esercizi seguenti usando Geogebra.

Esercizi dal 150 al 152

Problemi **INTORNO A NOI**

- 150** **TEST** Una scatola di cartone di 120 g viene riempita con N biglie di 20 g ciascuna. Come si può esprimere la massa complessiva M , in grammi, della scatola piena di biglie?

A $M = 120 + 20N$ **B** $M = (120 + 20)N$ **C** $M = 20N$



D $M = \frac{120}{20}N$

- 151** **EDUCAZIONE FINANZIARIA** Il noleggio di un furgone prevede una quota fissa e una quota variabile che dipende dai chilometri percorsi. Scrivi la legge che esprime il costo y del noleggio in funzione del numero x di chilometri effettuati. Qual è il costo del noleggio se si percorrono 57 km?

$[y = 140 + 0,9x; € 191,30]$

noleggio
€ 140 fissi + € 0,90 al km



- 152** Per ottenere diverse tonalità di colore, a 50 mL di tinta base occorre aggiungere bianco in percentuale variabile $x\%$ rispetto alla quantità iniziale di colore. Scrivi la legge che esprime la quantità finale c di colore ottenuto in funzione di x e rappresentala nel piano cartesiano.

$[c = 50 + \frac{1}{2}x]$

Esercizio 154

Usare il metodo di scomposizione delle similitudini (vedi problema 1) per risolvere questo esercizio.

- 154** Da un cilindro graduato contenente acqua colorata, Peter ha prelevato più volte con un contagocce la stessa quantità di liquido e ogni volta ha misurato l'acqua rimasta nel cilindro. In tabella ha riportato i dati seguenti.

| Numero prelievi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Quantità acqua (mL) | 10 | 9,6 | 9,2 | 8,8 | 8,4 | 8,0 |

Ricava la funzione che esprime la quantità d'acqua contenuta nel cilindro in funzione del numero di prelievi e rappresenta il suo grafico.

Dopo aver prelevato acqua per 15 volte, quanta acqua sarebbe contenuta nel cilindro?

- UN PASSO IN PIÙ** Dopo quanti prelievi si svuoterebbe il cilindro? $[y = 10 - 0,4x; 4 \text{ mL}; 25]$